

Tekijä: Mikael Mannonen

Yleinen suhteellisuusteoria

Johdanto

Saadakseni [universumimallini](#) toimivaksi, minun on täytynyt tarkastella suhteellisuusteoriaa ja tehdä siihen eräitä tarkennuksia, jotka esitellään tässä tekstissä.

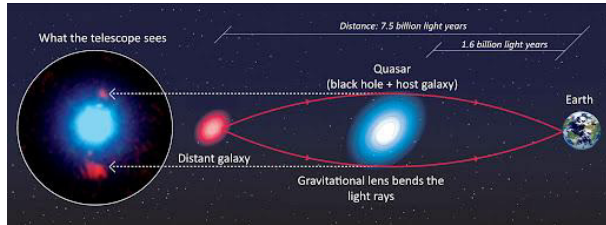
Albert Einstein keksi yleisen suhteellisuusteorian vuonna 1915 jKr. Suhteellisuusteorian kantavana ideana on, että valon nopeus tyhjiössä, noin 299792 kilometriä sekunnissa, on absoluuttinen nopeusmaksimi, eikä mikään universumissa voi kulkea tätä nopeutta nopeammin. Suhteellisuusteoria määrää myös, että mikä hyvänsä valon nopeudella liikkuva objekti liikkuu valon nopeudella suhteessa mihin hyvänsä toiseen, valon nopeutta hitaammalla nopeudella liikkuvaan objektiin. Tämä tarkoittaa, että kun ajat autoa nopeudella sanokaamme vaikka 120 kilometriä tunnissa, eli reilut 3 m/s ja kytket ajovalot päälle, ajovaloista loistavan valon nopeus on edelleen, kaikille ja kaikkialla, tuo sama 299792000 m/s eikä esimerkiksi 299792003 m/s tai 299791997 m/s. On aiheellista kysyä, miten tämä on mahdollista?



Kuva 1: kiero peili vääristää mittasuhteita.



Kuva 2: kaukoputkella kuvattu painovoimalinssi. Kuvan kaksi keskeistä keltaista valoa ovat itse asiassa yksi.



Kuva 3: painovoima vääristää avaruuden geometriaa, minkä vuoksi aina suoraviivaisesti etenevä valo muuttaa kulkusuuntaansa. Fotonit ovat massattomia eivätkä ne tunne painovoimaa, mutta avaruuden geometrian taipuessa fotonit seuraavat mukana. Tällaista ilmiötä kutsutaan painovoimalinssiksi.

Einsteinin aika-avaruus – kolmiulotteinen avaruus ja aika yhdessä, tila, jossa elämme – on nelidimensionaalinen maailma, jossa valon nopeus on aina, kaikille ja kaikkialla vakio. Tämän mahdollistamiseksi etäisyydet lyhenevät, massat kasvavat ja aika hidastuu paikallisesti, eli avaruus 'venyy ja taipuu' aivan kuin peilikuva naurutalon peilissä. Suhteellisuusteoria jaetaan erityiseen ja yleiseen suhteellisuusteoriaan. Tutustutaan aluksi erityiseen suhteellisuusteoriaan havainnollistavien esimerkkien avulla. Erityinen suhteellisuusteoria ei edellytä valon nopeuden tyhjiössä olevan nimenomaan 299792000 m/s, joka siis on todellinen, mitattu valon nopeus, vaan se voi olla mikä hyvänsä positiivinen luku, joten mukavuussyistä sovitaan valon nopeudeksi $c=100$ m/s. Suhteellisuusteorian esittelemiseksi esitän kärjistetyin, todellisuudessa mahdottoman version kahdesta autoilijasta. Sovitaan lisäksi, että maailmassa ei ole painovoimaa, jolloin aika-avaruudesta käytetään nimitystä Minkowskin avaruus eli rajoitumme toistaiseksi erityiseen suhteellisuusteoriaan (voisimme kyllä sallia painovoiman olemassaolon tässä esimerkissä, koska päätyisimme joka tapauksessa samoihin johtopäätöksiin, mutta aika-avaruutta ei silloin saa kutsua Minkowskin avaruudeksi). Sovitaan auton nopeudeksi $0.5c$ eli puolet valon nopeudesta, tässä esimerkissä siis 50 m/s. Meillä on kaksi muuten täysin samanlaista autoa, mutta toinen on väriltään punainen ja toinen sininen. Visualisoidaan tilanne siten, että kuvissa 4, 5 ja 6 oleva punainen auto liikkuu nopeudella $0.5c$ eli puolta valon nopeutta ja sininen on paikallaan. Kuvassa 4 punainen auto on joko ohittamassa sinistä autoa nopeudella $0.5c$ tai yhtä hyvin molemmat autot voisivat olla paikallaan rinnakkain kaksikaistaisella ajotiellä. Punaisen auton kuljettaja väläyttää ajovaloja erittäin nopeasti, noin 3 nanosekunnin ajan, jonka synnyttämää valopursketta kuvataan keltaisella pallolla. Jos punainen auto on paikallaan, sen kuljettaja kiihdyttää välittömästi auton nopeuteen $0.5c$ samanaikaisesti kun väläyttää ajovaloja. Kilometrin päässä paikasta, jossa punainen auto väläytti ajovalojaan, on kilometritolppa, josta valopurske heijastuu takaisin kohti autoja.



Kuva 4: punainen ja sininen auto ovat rinnakkain ja punainen auto väläyttää ajovaloja sekä lähtee välittömästi ajamaan nopeudella $0.5c$, jos on paikallaan.

Valopurske saavuttaa kilometritolpan kuvassa 5, ja kun valon nopeudeksi on sovittu 100 m/s ,



Kuva 5: punainen auto on puolimatassa kilometritolpalle, kun valopurske saavuttaa kilometritolpan.

$$v = \frac{x}{t} \Leftrightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{1000 \text{ m} + s}{100 \text{ m}} = 10 \text{ s} \quad [1]$$

tapahtuu tämä kaavan 1 mukaan 10 sekunnin kuluttua, minkä jälkeen valopurske heijastuu takaisin kohti autoja. Paikallaan olevan sinisen auton valopurske saavuttaa siis 20 sekunnin kuluttua. Tämä tulos on varmaan lukijan mielestä täysin järkeenkäypä ja vieläpä oikein, jos asiaa kysytään sinisen auton kuljettajalta. Sinisen auton kuljettaja on myös samaa mieltä kanssamme siitä, että kilometritolppa on hänestä 1000 metrin päässä ja että valo etääntyi hänestä nopeudella 100 m/s .



Kuva 6: punainen auto on 333 metrin päässä kilometritolpasta, kun heijastunut valopurske saavuttaa sen.

Mutta mitä mieltä asiasta on punaisen auton kuljettaja? Ennen kuin kysymme häneltä mitään, voisimme tehdä sen havainnon, että punainen auto näyttää lyhentyneeltä sekä kuvassa 4 että kuvassa 5: siitä tiedämme, että punainen auto on ollut koko – ajan myös ajovalojen väläyttämisen hetkellä – liikkeessä (mikä onkin hyvä asia, sillä en käsittele auton kiihdyttämistä vauhtiin, sillä kiihtyminen on painovoimaa, eikä se kuulu Minkowskin avaruuteen), koska suhteellisuusteorian mukaan liikkuva kappale lyhenee liikesuunnassa. Tiedämme myös, että suhteellisuusteorian takia punaisen auton kuljettaja on samaa mieltä kanssamme ainakin siitä, että valopurske etääntyi punaisen auton kuljettajasta nopeudella 100 m/s huolimatta siitä, että samalla kuljettaja itse liikkui nopeudella 50 m/s . Poimitaan suhteellisuusteorian [kaavoista](#) kaava 2 ja lasketaan, paljonko punainen auto on lyhentynyt, jos sen pituus paikallaan on 5 metriä:

$$x = x' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5 \text{ m} \sqrt{1 - \frac{50^2}{100^2}} = 4.33 \text{ m} \quad [2]$$

Lukijan ja sinisen auton kuljettajan mielestä punainen auto on lyhentynyt 5 metristä 4.33 metriin, mutta punaisen auton kuljettaja kiistää moisen jyrkästi: hän päinvastoin väittää sinisen auton lyhentyneen 4.33 metriseksi ja kilometritolpan olevan samassa suhteessa vain 866 metrin päässä kuvan 4 tilanteessa! Ajanhetken, jolloin punaisen auton kuljettajan mielestä ollaan kuvan 5 tilanteessa, määrittämiseksi sovelletaan toista suhteellisuusteorian kaavaa

$$t' = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 10 \text{ s} \sqrt{1 - \left(\frac{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{100 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2} = 8.66 \text{ s} \quad [3]$$

ja saadun ajan 8.66 s kuluttua ajovalojen väläyttämistä valopurske saavuttaa kilometritolpan. Nyt valon nopeus on sama kaikille:

$$\frac{1000 \text{ m}}{10 \text{ s}} = \frac{866 \text{ m}}{8.66 \text{ s}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad [4]$$

Tilanteessa, jossa valopurske on siirtynyt kilometritolpan tasalle (kuva 6 ja kuvan 7 keskimäinen tilanne), punaisen auton kuljettaja oli mielestään

$$x = 8.66 \text{ s} \times 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 433 \text{ m} \quad [5]$$

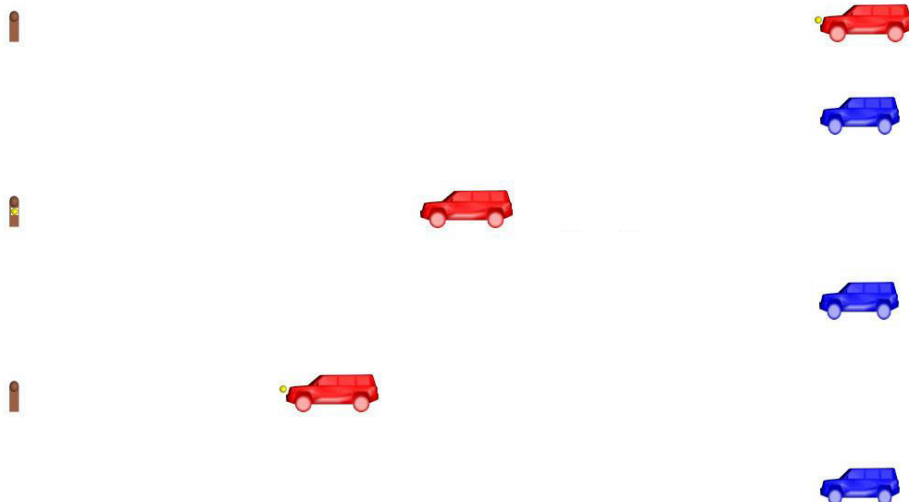
433 metrin päässä kilometritolpasta. Kilometritolpasta heijastuneen valopurskeen saapuminen takaisin punaisen auton kuljettajan silmiin (kuva 6 ja kuvan 7 alimmaisoin tilanne) tapahtuu punaisen auton kuljettajan mukaan

$$x = 866 \text{ m} - 433 \text{ m} - 433 \text{ m} \frac{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{50 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 289 \text{ m} \quad [6]$$

289 metrin päässä kilometritolpasta, mutta sinisen auton kuljettajan sekä tämän tekstin lukijan mukaan etäisyys oli 333 metriä kilometritolpasta:

$$x = 1000 \text{ m} - 500 \text{ m} - 500 \text{ m} \frac{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{50 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 333 \text{ m} \quad [7]$$

Sekä sinisen että punaisen auton kuljettajat ovat omalta osaltaan oikeassa (näin yleisesti tunnustetun suhteellisuusteoreettisen tulkinnan mukaan, mutta myöhemmin tässä tekstissä saamme tietää, että punaisen auton kuljettaja valehtelee näkemästään): suhteellisuusteorian takia he vain havaitsevat maailman erilaisena. Siinä missä kuvissa 4, 5 ja 6 maailmaa katseltiin sinisen auton kuljettajan ja lukijan näkemänä, voisimme siirtyä punaisen auton kyytiin ja silloin kuvien 4, 5 ja 6 tilanteet näyttäisivät kuvan 7 mukaisilta:



Kuva 7: kuvien 4-6 tilanteet punaisen auton kuljettajan näkemyksen mukaisina, mutta hän ei puhu totta...

Järki hoi, missä olet?

Edellä kirjoitetun perusteella suhteellisuusteoriassa ei varmaankaan ole mitään järkeä lukijan mielestä: tapahtumien kulku on arkielämään verrattuna täysin vieras. Miten sama kohde voi olla yhtä aikaa eri paikassa ja eri ajassa, kuten edellisessä esimerkissä olivat niin autot, valopurske kuin kilometripylväskin? Tiedeyhteisö ei tiedä, miten tällainen kosminen ilveily on mahdollista, mutta siitä huolimatta suhteellisuusteoria toimii jokaisen arkielämässä kaiken aikaa. Se, että edellä kuvattuja asioita ei arkielämässä havaitse, johtuu siitä, että kappaleiden nopeudet avaruudessa, jossa elämme, ovat niin pieniä verrattuna valon nopeuteen. Edes taivaankappaleiden nopeudet eivät yllä lähellekään nopeuksia, joissa suhteellisuusteoreettiset ilmiöt tulevat havaittaviksi. Tämä ei kuitenkaan poista sitä tosiasiaa, että edelleen avaruuden suhteellisuusteoreettinen käyttäytyminen edellä kuvatulla tavalla on hyvin outo ja ristiriitainen.

Siirryn puhumaan (alkeis)hiukkasista kappaleiden, esimerkiksi autojen, sijaan, sillä kaikki kappaleet koostuvat hiukkasista. Monet tunnetut alkeishiukkaset ovat hyvin lyhytikäisiä, joten lukijan kannattaa mieltää sanan 'hiukkanen' tarkoittavan tässä tekstissä protonia, neutronia ja elektronia, joista atomit koostuvat ja jotka ovat massallisia hiukkasia. Lisäksi puhun massattomasta alkeishiukkasesta nimeltä foton, joka edustaa sähkömagneettista säteilyä.

Jokaisella liikkuvalla avaruuden massallisella hiukkasella on erityisen suhteellisuusteorian mukaan lukematon määrä eri sijainteja riippuen siitä, minkä toisen hiukkasen suhteen sijainti mitataan. Mutta entäpä, jos massallinen hiukkanen onkin absoluuttisesti paikallaan? Tällaisen kysymyksen esittäminen on fyysikoiden mielestä rienausta, koska Einsteinin suhteellisuusteoriassa oletetaan, ettei absoluuttista sijaintia ole olemassa tai sitä ei ainakaan ole mahdollista määrittää: ainoastaan suhteellisen sijainnin, eli sijainnin jonkin toisen suhteen, voi määrittää. Mutta jotta voisi löytää selityksen miten suhteellisuusteoria on mahdollinen, on keksittävä jotain uutta ja kyseenalaistettava vanhaa. Suhteellisuusteoria itsessään ei kiellä absoluuttisen sijainnin olemassaoloa, vaan se on pelkkä oletamus. Jos nyt sattuisikin olemaan niin, että edellä puheena ollut punainen liikkuva auto sattuisi olemaan avaruudessa absoluuttisesti paikallaan, niin entä sitten? Ei sitä mistään voi tietää (itse asiassa kyllä voi teoriassa, mutta palataan siihen myöhemmin) eikä sillä tarvitse olla minkäänlaista havaittavaa vaikutusta avaruudessa tai suhteellisuusteoriaan.

Suhteellisuusteoria tarkoittaa, että 'sama' aika ja paikka eivät olekaan samoja kahdelle eri nopeutta liikkuvalla havainnoijalle. Annan seuraavaksi oman selitykseni suhteellisuusteorian suhteelliselle ajalle ja suhteelliselle sijainnille, ja tämä selitys poistaa ristiriidan sinisen ja punaisen auton kuljettajien väliltä siten, että kuva 7 ja punaisen auton kuljettajan havainnot eivät vastaa todellisuutta, mutta kuvat 4-6 ja sinisen auton kuljettajan havainnot vastaavat – tai päinvastoin, riippuen siitä, kumpi autoista on *absoluuttisesti* paikallaan avaruudessa. Käsittelem erikseen suhteellisen *suhteellisen ajan* ja *suhteellisen paikan* aiheuttamat ristiriidat, sillä kumpaankin on oma, toisesta riippumaton ratkaisunsa. Tässä tekstissä lähdetään siitä, että sininen auto on absoluuttisesti paikallaan avaruudessa (tietenkään todellisuudessa yksikään auto ei ole absoluuttisesti paikallaan avaruudessa, vaikka olisikin pysäköitynä, sillä Maapallo on jatkuvassa liikkeessä! Mutta kannattaa huomata, että kaikki kappaleet avaruudessa liikkuvat kosmisilla nopeuksilla – reilusti alle 1000000 m/s eli 1000 km/s – eivätkä suhteellisuusteoreettiset ilmiöt ole merkityksellisiä niin hitaassa liikkeessä. Lisäksi kun kappaleet liikkuvat suunnilleen yhtä nopeasti ja suunnilleen samaan suuntaan, ne näkevät toisensa täysin samalla tavalla ja niiden aika etenee yhtä nopeasti, vaikka niiden *absoluuttiset* nopeudet olisivat suhteellisuusteoreettisesti merkittäviä).

Suhteellinen ja absoluuttinen aika

Haluan aluksi varoittaa lukijaa, että esitän nyt ratkaistavaksi mahdottomia Einsteinin suhteellisuusteoriaan liittyviä paradokseja. Lisäksi haluan kertoa, että ongelmat voidaan ratkaista yksinkertaisella tavalla, jonka esitän myös.

Se, että jokin tapahtuma alkaa yhtäaikaaisesti samasta lähtöpisteestä sekä paikaltaan että liikkeestä seurattuna ja päättyy paikaltaan seurattuna esimerkiksi 10 sekuntin kuluttua, mutta liikkeestä seurattuna saman tapahtuman kesto on vaikkapa 8.66 sekuntia, vaatii aikaulottuvuuden laajentamista nykyhetkestä menneisyyteen: tapahtumaan liittyvän materian, esimerkiksi edellisen esimerkin punaisen auton, on oltava aikaulottuvuudeltaan vähintään 1.34 sekunnin mittainen. Avaruuden materia koostuu massallisista alkeishiukkasista ja yksittäisen hiukkasen on oltava olemassa samassa tilassa ja sijainnissa niin 8.66 sekunnin

kuin 10 sekunninkin kuluttua ja siitä huolimatta, vaikka hiukkanen esimerkiksi liikkuisi tai muuttuisi toiseksi hiukkaseksi. Ja jos hiukkanen on joskus syntynyt ja myöhemmin vaikkapa muuttuu toiseksi hiukkaseksi tai muuten lakkaa olemasta, on hiukkasella oltava tietty elinikä äärettömälle määrälle eri koordinaatioita ja silloin myös sen aika-ulottuvuus pitää määritellä jotenkin.

[Suhteellisuusteorian](#) kaavojen mukaanhan kaavan 9 massallisen hiukkasen ajan kulku ei hidastu, jos hiukkanen pysyy paikallaan. Tällöin hiukkasen aika kulkee maksimaalisen nopeasti. Toisaalta jos hiukkanen liikkuu valon nopeutta hitaammalla nopeudella, hiukkasen ajan kulku on maksimaalista hitaampi. Ja jos massallinen hiukkanen liikkuu valon nopeudella, sen ajan kulku pysähtyy kokonaan. Hiukkasen aikaulottuvuus s on siis absoluuttisen ajan t_0 ja hiukkasen oman ajan t erotus, joka määritellään infinitesimaalisen pienelle välille Lorentz-maailman metriikalla eli kaavalla 8:

$$ds^2 = c^2 dt_0^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad [8]$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad [9]$$

Näin saadut kaksi raja-arvoa, $t_0 - t = s$, rajaavat hiukkasen ulottuvuuden s aika-akselilla, jos sijoitamme kaavaan 9 hiukkasen nopeudeksi sen absoluuttisen nopeuden: massallisen hiukkasen syntyessä avaruuteen sen aikaulottuvuus käsittää vain syntyhetken, mutta sen jälkeen aikaulottuvuus etenee aika-akselilla etupää *absoluuttisen nykyhetken* mukana maksimaalista nopeutta edeten ja samalla takapäätänsä venyen hitaamman suhteellisen ajankulun tahdissa käsittämään pitemmän ajanjakson niin, että pitkäikäisellä ja suurinopeuksisella hiukkasella aikaulottuvuus saattaa olla miljardien vuosien kuluttua vuosituhansien pituinen tai vieläkin suurempi. Syntyhetki on hiukkasen nykyhetki, sen jälkeen nykyhetki on hiukkasen takapää. Edellä mainittu *absoluuttinen nykyhetki* ei oikeastaan edusta minkäänlaista nykyhetkeä, koska sitä ei voi määrittää aika-avaruudesta käsin eli emme pysty mittaamaan sitä, mutta se on tarpeellinen tavalla, joka selviää tuota pikaa.

Sen sijaan massattomilla hiukkasilla kuten fotoneilla, jotka liikkuvat valon nopeutta, aikaulottuvuus käsittää vain absoluuttisen nykyhetken. Fotonin nykyhetki etenee absoluuttisen ajan mukana eli ajan kulku on nopeinta mahdollista vauhtia; ero on radikaali verrattuna massallisiin hiukkasiin, joiden oma aika ei etene ollenkaan, jos ne liikkuvat valon nopeudella! Tässä yhteydessä on kuitenkin hyvä todeta, ettei massallista hiukkasta voida kiihdyttää valon nopeuteen, koska suhteellisuusteorian mukaan siihen tarvittaisiin ääretön määrä energiaa.

Tämä kaikki aiheuttaa uusia kysymyksiä: Jos massallisen hiukkasen aikaulottuvuus on vaikka kymmenen vuotta (hiukkanen voisi olla osa avaruusaluusta, joka kulki lähes valon nopeutta kiertoajelun avaruudessa, niin että palatessa aluksen kello oli viisi vuotta jäljessä verrattuna kotiplaneetan kelloon. Toiset viisi vuotta hiukkasella oli jo ennen avaruusmatkaa), ja hiukkanen absorboi fotonin aikaulottuvuutensa etupäällä, niin miten hiukkasen nykyhetki eli aikaulottuvuuden takapää voi tietää tästä mitään? Ei se voikaan tietää sitä ennen kuin tieto absorboitumisesta on siirtynyt keskikohdalta takapäähän, mikä kestää sen viisi vuotta! Entä mitä tapahtuu, kun hiukkanen emittoi fotonin? Tämä on kimurantimpi tilanne: tieto emittoitumisesta siirtyy ensin hiukkasen nykyhetkestä eli takapäätä absoluuttisen nykyhetken kohdalle, mikä kestää aikansa ja vasta sitten fotonit irtautuu aika-avaruuteen.

Edellinen saattoi herättää lisää kysymyksiä. Jos fotonin siirtyminen lampusta katsojan silmään edellyttää vaikkapa kahdeksan vuoden aikamatkaa tulevaisuuteen fotonin lähettävässä hiukkasessa, sitten siirtymisen lampusta katsojan silmään ja lopuksi vielä viiden vuoden aikamatkaa menneisyyden suuntaan katsojan silmässä, lisätäänkö nuo kaikki vuodet fotonin matka-aikaan? Jos fotonit kulkevat matkansa tulevaisuudessa, miten ylipäätään voimme havaita niitä ja kun suhteellinen nykyisyytemme saavuttaa tulevaisuuden, eikö silloin nykyisyys ole jo fotonien tulevaisuudessa määrittelemä? Tässä vaiheessa lukija varmaan nostaa kätet pystyyn ja toteaa, ettei tässä ole mitään tolkkua, ja olen hänen kanssaan täysin samaa mieltä!

Joten hylätään hiukkasten aikaulottuvuudet, sillä ne ovat vain keksimiäni abstraktioita Einsteinin suhteellisuusteorian havainnollistamiseksi tavalla, jossa ei vain ole järkeä. Sen sijaan ratkaistaan ongelma toteamalla sama asia, jonka Einstein itse aikanaan totesi: *jokaisen massallisen hiukkasen aika käy omaan*

tahtiinsa. Vähän niin kuin ennen vanhaan, kun kellot olivat mekaanisia vieterikelloja, jokainen kello kävi omaan tahtiinsa! Mutta mitä Einstein ei sanonut eikä tiedeyhteisö ole vielä tätä kirjoittaessani todennut, on, että jotta aika voisi kulkea omaan tahtiinsa erikseen jokaisen hiukkasen kohdalla ja että nämä kaikki ajat etenisivät yksilöllisesti juuri Einsteinin suhteellisuusteorian edellyttämällä nopeuksilla, tarvitaan *ulkopuolinen tahdistaja* säätämään jokaisen hiukkasen ajankulku oikeaan tahtiin. Ulkopuolisella tahdistajalla on oltava oma suhteellisuusteoriasta riippumaton aika- ja paikkakäsityksensä, ja näitä nimitän *absoluuttisiksi ajaksi ja sijainniksi*. Lisäksi ulkopuolinen tahdistaja on ajankulun vanki niin kuin aika-avaruudessakaan mikään ei voi palata menneisyyteen tai siirtyä 'etuajassa' tulevaisuuteen: kaikella on oma nykyhetkensä, ja ulkopuolisella tahdistajalla tämä on *absoluuttinen nykyhetki*. Tässä tekstissä ei kuitenkaan puhuta enempää ulkopuolisesta tahdistajasta, vaan asiaan voi perehtyä [täällä](#).

On tärkeää ymmärtää, että kaikki fysiikka ja kemia tapahtuu *suhteellisen ajan* kulun tahdissa. Me voimme mitata ainoastaan suhteellista aikaa ja kaikki havaintomme ympäristöstämme tapahtuu suhteellisen ajan tahdissa. Kvartsikide värähtelee suhteellisen ajan tahdissa. Me vanhenemme suhteellisen ajan tahdissa. Sen sijaan *absoluuttista aikaa* ei tarvita muuhun kuin absoluuttisen sijainnin määrittämiseen, ja tätä määrittämistä ei pystytä tekemään aika-avaruudesta käsin.

Suhteellinen ja absoluuttinen sijainti

Edellä olleessa autoesimerkissä sinisen auton kuljettaja väitti punaisen auton olleen lyhentynyt pituussuunnassa ja vastaavasti punaisen auton kuljettaja väitti sinistä autoa lyhentyneeksi. Lyhentymisen eli pituuden lyheneminen tarkoittaa sijainnin muutosta joko auton etupäässä, takapäessä tai molemmissa. Tämän toteuttaminen vaatisi aika-avaruudelta jompaa kumpaa kahdesta seuraavista vaihtoehdoista:

- Ensimmäinen vaihtoehto on, että sähkömagneettinen säteily eli fotonit on invariantti ja materian pitää 'monistaa' itsensä antamaan itsestään oikeat mittasuhteet erikseen kaikkiin tarkastelupisteisiin kaikille mahdollisille nopeuksille.
- Toinen vaihtoehto on, että materia on invariantti ja sähkömagneettinen säteily eli fotonit tietävät, mitä niiltä kulloinkin odotetaan, ja sen mukaisesti muuttavat kulkuaan niin, että kaikissa tarkastelupisteissä saadaan juuri oikealla tavalla vääristynyt kuva.

Tässä tekstissä ei tietenkään kelpuuteta kumpaakaan edellisistä vaihtoehdoista, vaan on päivän selvää, että sama materia samalla ajanhetkellä ei voi esiintyä kahdessa tai useammassa eri paikassa yhtäaikaan! Siispä lähdän siitä, että jokaisella hiukkasella aika-avaruudessa on *absoluuttinen sijainti*: silloin on mahdollista, että punaisen auton kuljettaja ei nähnytäkään sinistä autoa lyhentyneenä, vaan oli itse lyhentynyt – voin ratkaista tämän ongelman näin elegantisti, sillä eihän ihmiskunnalla ole koskaan ollut avaruusalusta tai mitään muutakaan laitetta, joka liikkuisi relativistisilla nopeuksilla, niin että matkustajat voisivat kertoa, millaiselta ympäristö relativistisissa nopeuksissa näyttää. Ainoastaan sinisen auton kuljettaja näki punaisen auton lyhentyneenä kuvien 4-6 mukaisesti, koska punainen auto oli absoluuttisesti lyhentynyt! Näin ollen voin julistaa kuvan 7 sisällön epätodeksi. Jos absoluuttinen sijainti on totta, voidaan tietää, kumpi kahdesta kappaleesta liikkuu suuremmalla nopeudella edellä kuvatun absoluuttisen ajan puitteissa, ja silloin on mahdollista, että vain nopeammin liikkuva kappale lyhenee enemmän liikesuuntansa suhteen kuin hitaammin liikkuva (kaikki liikkuvat kappaleet tietysti lyhenevät liikesuunnassaan nopeutensa mukaisesti).

Jos *absoluuttista sijaintia* ei olisi olemassa, ei olisi myöskään absoluuttista nopeutta, eikä hiukkanenkaan voisi olla absoluuttisesti paikallaan, ja silloin olisi mahdotonta rajata massallisen hiukkasen aikaulottuvuus

Kirjainyhdistelmä CPT tulee englannin kielen sanoista Charge, Parity ja Time. Ne edustavat kolmea symmetriasääntöä, C-symmetriaa, P-symmetriaa ja T-symmetriaa. C-symmetriassa hiukkaset ja antihiukkaset noudattavat samoja luonnonlakeja, P-symmetriassa luonnonlait eivät muutu peilikuvatilanteessa ja T-symmetrian mukaan systeemi palaa aiempiin

rajoittumaan absoluuttiseen nykyhetkeen. Tällöin ei olisi mahdollista kehittää teoriaa sille, miten 'eri ajassa oleva materia' vuorovaikuttaa keskenään, eli kuinka suhteellisuusteoria toimii. Siten *suhteellista sijaintia* ei itse asiassa ole olemassakaan muualla kuin ihmisen omissa havainnoissa ympäristöstään ja tietysti Einsteinin suhteellisuusteoriassa. Absoluuttista sijaintia ihminen ei ehkä koskaan voi mitata, vaikka se on minun mielestäni olemassa. Sen sijaan absoluuttisen paikallaan olon voi mitata, jos tarvittava teknologia olisi mahdollista rakentaa. Mutta toisin kuin suhteellisen ajan kanssa, suhteellisen sijainnin määrittäminen absoluuttiseksi muuttaa havaittavan todellisuuden käyttäytymisen erilaiseksi, kuin mitä Einsteinin suhteellisuusteoriassa Einstein itse on ajatellut. Suhteellisuusteoria kehitettiin toteuttamaan CPT-symmetria, ja siksi edellä olleessa

tiloihin. CPT-symmetria tarkoittaa, että kaikki edellä mainitut symmetriat yhdistetään yhdeksi.

autoesimerkissä piti kummankin auton kuljettajan nähdä toisen auto lyhentyneenä liikkeen suunnassa. Mutta ajatus absoluuttisesta sijainnista – ja siten toisen auton lyhentyvän enemmän ja toisen lyhenevän vähemmän tai ei ollenkaan – rikkoo CPT-symmetrian, ja hyvä niin. Näimmehän kuvista 4-6 ja 7, että ne ovat keskenään ristiriidassa ja ainoa keino poistaa tuo ristiriita on luopua CPT-symmetriasta. CPT-symmetria on ihmisen kehittämä ajatusrakennelma, ei havainto. Ihmiskunta ei ole koskaan ajanut autoa eikä mitään muutakaan laitetta relativistisella nopeudella, joten ihmiskunta ei tiedä, millaisen maailman punaisen auton kuljettaja näkisi. Mutta mitä punaisen auton kuljettaja mahdollisesti näki? Voisimme ajatella, että hän näkisi sinisen auton venyneenä, koska oli itse kutistunut, mutta koska kilometritolpan on kumminkin oltava 866 metrin päässä, ei kuvan muodostaminen onnistu. Luultavasti punaisen auton kuljettaja ei kyennyt näkemään yhtään mitään sellaista, mikä ei kulkenut nänen kanssaan suunnilleen samaan suuntaan ja samalla nopeudella: eli hän ei nähnyt mitään muuta kuin kohinaa, vanhojen kuvaputkitelevisioiden lumisadetta.

Sen sijaan hiukkaskiihdyttimien koetuloksista tiedetään epäsuorasti, että sinisen auton kuljettaja näkee punaisen auton liikkeen suunnassa lyhentyneenä. Tietysti edellyttäen, että sininen auto on absoluuttisesti paikallaan, tai liikkuu enintään kosmisella nopeudella, sanokaamme enintään 1000 km/s, joka relativistiseen nopeuteen, eli vähintään 45000 km/s, verrattuna on kuin olisi paikallaan. On tärkeää huomata, että vaikka absoluuttinen ja suhteellinen aika ovat oikeasti olemassa tämän tekstin mukaan, suhteellista sijaintia ei ole olemassa: hiukkasilla on olemassa ainoastaan absoluuttinen sijainti, jota emme kuitenkaan pysty määrittämään.

Olen nyt tehnyt kaksi muutosta Einsteinin suhteellisuusteoriaan, eli lisännyt absoluuttisen ajan ja absoluuttisen sijainnin. Mutta tulee huomata, että nämä muutokset eivät mitenkään vaikuta erityisen suhteellisuusteorian matematiikkaan – alkuperäiset Einsteinin erityisen suhteellisuusteorian yhtälöt pätevät ja toimivat juuri niin kuin Einstein on ne alunperin ajatellutkin. Samoin edellä olleet kaavat 1-9 ovat kaikki edelleen voimassa. Ja vaikka suhteellista sijaintia ei ole olemassa, niin siitä huolimatta teemme kaikki laskutoimitukset suhteellisilla aika- ja sijaintiarvoilla, sillä meillä ei ole muuta saatavilla; edellyttäen, että peruskoordinaatisto, joka laskutoimituksissa mielletään 'paikallaan olevaksi', liikkuu todellisuudessa enintään kosmologisella nopeudella avaruudessa, antavat suhteelliset aika- ja sijaintiarvot 'riittävän oikeita' tuloksia.

Yleinen suhteellisuusteoria

Kaikki edellä kirjoitettu liittyi erityiseen suhteellisuusteoriaan, eli käsitteli ainoastaan aikaa ja sijaintia. Mutta suhteellisuusteoriassa on kolmaskin elementti, joka pitää ottaa huomioon: massa. Tällöin puhutaan yleisestä suhteellisuusteoriasta. Yleisen suhteellisuusteorian mukaan kappaleen massa kasvaa kappaleen nopeuden kasvaessa, aika hidastuu nopeuden kasvaessa ja pituus lyhenee nopeuden kasvaessa. Esimerkiksi edellä olleessa autoesimerkissä, jos punaisen auton lepomassa on vaikka 2000 kiloa, sen massa nopeudessa $c/2$ olisi

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2000 \text{ kg}}{\sqrt{1 - \frac{50^2}{100^2}}} = 2309 \text{ kg} \quad [10]$$

2309 kiloa. Selvä massan kasvu, mutta ei niin suuri, että sillä olisi mitään merkitystä edellä olleessa tekstissä tehtyihin johtopäätöksiin. Aiemmin kirjoitin, että olisi mahdollista selvittää, onko avaruudessa oleva kohde absoluuttisesti paikallaan. Se onnistuu siten, että paikallaan (ei tarvitse olla absoluuttisesti paikallaan) olevassa erittäin tarkassa vaa'assa voidaan liikuttaa mittakappaletta vapaasti kolmessa ulottuvuudessa. Kun löydetään suunta ja nopeus, jolla mittakappaleen massa on pienin, ollaan löydetty absoluuttisesti paikallaan oleva positio. Luonnollisesti vaa'an tarkkuuden pitää olla niin suuri, että sellaista pystytään tuskin koskaan rakentamaan, puhumattakaan laitteesta, jolla mittakappaletta pystytään hallitusti liikuttamaan tarvittavilla kosmisilla nopeuksilla.

Yleinen suhteellisuusteoria ja sen myötä massan huomioon ottaminen muuttaa tilannetta suhteessa erityiseen suhteellisuusteoriaan siten, että avaruuden geometria ei enää ole muuttumaton, vaan se on jatkuvassa muutostilassa kaiken aikaa: avaruudessa oleva massa saa aika-avaruuden taipumaan. Siten massattomatkin hiukkaset, kuten sähkömagneettisen säteilyn fotonit, muuttavat suuntaansa painovoiman vaikutuksesta kulkemalla suorinta reittiä, geodia pitkin, mistä esimerkkinä kuvan 2 painovoimalinssi.

Mutta muuttaa yleinen suhteellisuusteoria suoran käsitettä myös täysin tyhjässä, massattomassa avaruudessa: se nimittäin edellyttää, että aika-avaruus on kaareutunut, umpinainen pallon pinta. Tutustutaan yleiseen suhteellisuusteoriaan Einsteinin yhtälön kautta:

$$G_{ab} = \kappa T_{ab} \Leftrightarrow G_{ab} = -\frac{8\pi f}{c^4} T_{ab}, \quad \kappa = -\frac{8\pi f}{c^4} \quad [11]$$

Yhtälö 11 käsittää yleisen suhteellisuusteorian kokonaisuudessaan. Yhtälössä G_{ab} on Einsteinin tensori, T_{ab} on energiaimpulssitensori, c on valon nopeus, 8π on avaruuskulma aika-avaruudessa ja f on gravitaatiovakio, jonka arvo on $6.67259 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$. Energiaimpulssitensori T_{ab} on 4×4 matriisi, joka kuvaa aika-avaruudessa olevan materian ominaisuuksia energiatihedysten ρ , impulssitiheyden I ja (pinta)paineen P avulla:

$$T_{ab} = \begin{pmatrix} P_{xx} & P_{xy} & P_{xz} & cI_x \\ P_{yx} & P_{yy} & P_{yz} & cI_y \\ P_{zx} & P_{zy} & P_{zz} & cI_z \\ cI_x & cI_y & cI_z & c^2 \rho_t \end{pmatrix} \quad [12]$$

Lukija saattaisi kysyä, että kun yleisessä suhteellisuusteoriassa on tarkoitus kytkeä gravitaatio mukaan suhteellisuuteen, niin eikö olisi tärkeää selvittää, miten massa jakautuu avaruudessa? Juuri se on energiaimpulssitensorin 12 tarkoitus. Mutta, koska lasku 10 näytti meille, että massan suuruus on riippuvainen nopeudesta, jolla massa liikkuu avaruudessa, emme voi käyttää massaa tai tiheyttä materian avaruudessa jakautumisen kriteerinä. Tarvitsemme jonkin suureen, jonka määrä säilyy vakiona avaruudessa ja joka kuvaa nimenomaan materian esiintyvyyttä: sellaiseksi Einstein määritteli liikemäärän eli massan ja nopeuden tulon. Valitettavasti asia ei ole aivan näin yksinkertainen, sillä valon nopeus nopeusmaksimina rajoittaa klassisen liikemäärän, eli massan ja nopeuden tulon, käyttöä, joten liikemäärä p on määriteltävä suhteellisuusteoriaa varten uudelleen kaavan 13 mukaisesti:

$$p' = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad [13]$$

energiaimpulssitensoria 12 käytetään tavallisesti epähomogeenisen materiaalin, esimerkiksi kallion, maaperän tai puuesineen lujuusominaisuuksien määrittämiseen. Tällöin tensori olisi vain 3×3 matriisi, sillä aikaulottuvuutta ei tarvita staattisen kappaleen tapauksessa ja siitä käytettäisiin nimitystä jännitystensori. Mutta tensori 12 kuuluu Einsteinin yhtälöön ja sen on tarkoitus kuvata koko avaruudessa olevaa materiaa, siis taivaankappaleita ja avaruuspölyä, aurinkokuntia ja galakseja, joiden oletan jakautuneen jotakuinkin tasaisesti, homogeenisesti ja isotrooppisesti koko aika-avaruuteen, joten tensori tarvitsee paineen lisäksi tietoa impulssi- ja energiatihedystä. Tässä tekstissä ei selvitetä sitä, miten tensoriin 12 saadaan tarvittavat arvot. Miten muuten avaruudessa voi ylipäätään olla painetta, kun se on lähinnä tyhjää tilaa? Eipä siellä painetta olekaan, eivätkä tensorin 12 symbolit P_{ab} edustakaan painetta, vaan liikemäärän virtausta. Miksi sitten ylipäätään puhun paineesta? Koska Einstein alunperin sovelsi klassisen kontinuumimekaniikan teoriaa yleiseen suhteellisuusteoriaansa ja ajautus ”paineesta” on niitä peruja.

Sen sijaan yhtälön 11 vasemman puolen Einsteinin tensori G_{ab} on oikeanpuoleista mielenkiintoisempi, sillä siinä määritetään muun muassa avaruuden geometria. Mutta mitä yhtälöllä 11 sitten oikein ratkaistaan, jos vasen tensori määrittää avaruuden geometrian ja oikea tensori materian jakautumisen avaruudessa? Luonnollisesti haluaisimme saada selville avaruuden gravitaatiokentän, jotta voisimme laskea vaikkapa planeetta Merkuriuksen tarkan lentoradan (klassisen fysiikan Newtonin mekaniikalla voidaan laskea Merkuriuksen rata lähes oikein, mutta laskettu perihelin prekessio poikkeaa hieman havaitusta arvosta. Tämä pieni poikkeama selittyy yleisellä suhteellisuusteorialla). Tähän tarvitaan kaksi asiaa: avaruuden geometria, joka Merkuriuksen lentoradan tapauksessa tarkoittaa Auringon painovoimakenttää sekä materian jakautuminen avaruudessa, joka käsittää Merkuriuksen ja muiden tarpeellisten taivaankappaleiden – ainakin suurimmat Aurinkoa kiertävät planeetat – massat. Mielivaltaisen gravitaatiokentän määrittäminen, eli yhtälön (11) yleinen ratkaisu, ei ole mahdollinen, vaan käytännössä joudutaan tyytymään aika yksinkertaisiin

asetelmiin. Kirjoitetaan yhtälö 11 auki sellaiseen muotoon, että yhtälöstä löytyy myös erillinen tensori gravitaatiokenttää varten:

$$G_{ab} + \Lambda g_{ab} = -\frac{8\pi f}{c^4} T_{ab} \Leftrightarrow R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} + \Lambda g_{ab} = -\frac{8\pi f}{c^4} T_{ab} \quad [14]$$

Yhtälössä 14 g_{ab} on niin kutsuttu metrisen tensori, joka määrittää aika-avaruuden geometrian. Myös termi Λg_{ab} tarvitsee metrisen tensorin, mutta se ei kuulu Einsteinin tensoriin. Yhtälöön 11 siis voidaan lisätä ainoastaan metrisestä tensorista g_{ab} riippuva termi, kuten yhtälössä 14 on tehty, ilman että se vaikuttaa energian säilymlakiin. Muut yhtälön 14 muuttujat ovat Riccin tensori R_{ab} ja Riccin skalaari R sekä kosmologinen vakio Λ , jonka Einstein lisäsi yhtälöön saadakseen avaruudesta vakaan, eli että avaruus ei kasvaisi eikä kutistuisi. Materian gravitaatio vaikuttaa avaruuden geometriaan kaareuttamalla sitä, niin kuin kuvan 2 painovoimalinssistä nähdään, mutta tämä vaikutus ei vielä sisälly metriseen tensoriin g_{ab} , vaan sitä varten tarvitaan Riccin tensori. Riccin tensori määrittää avaruuden kaareutuvuuden, niin kuin [täällä](#) asiasta tarkemmin kerrotaan.

Suhteellisuusteorian puitteissa ei siis ole mahdollista käyttää massaa materian määrän mittana, koska massa muuttuu nopeuden muuttuessa. Tämä ei tietenkään tarkoita sitä, että materiaa, eli elektroneja, protoneita tai neutroneita häviäisi tai syntyisi lisää: kyseisten hiukkasten massa vain riippuu niiden nopeudesta. Siksi materiaa on mitattava muilla menetelmillä ja liikemäärän virtausmäärä kunkin aika-avaruuden pisteen läpi soveltuu tähän tarkoitukseen.

Yleisen suhteellisuusteorian metriikka

Kiinnittäkäämme nyt huomio kosmologiseen vakioon Λ . Kuten sanottu, Einstein lisäsi yhtälöön (14) kosmologisen vakion Λ sisältävän termin, jotta avaruudesta tulisi vakaa, mutta sittemmin tuo termi on useimmiten poistettu yhtälöstä. Kun universumin alkuräjähdyksysteoria keksittiin, avaruuden ei tarvinnutkaan olla vakaa, vaan laajeneva avaruus on luonteva seuraus alkuräjähdyksestä ja kosmologinen vakio sai mennä.

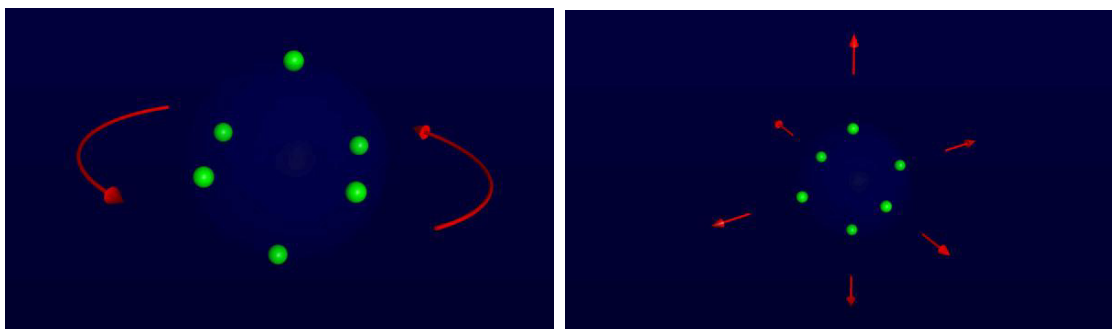
Lisäksi, kun Friedmann Robertson Walker mallit vakiintuivat kuvaamaan avaruutta, yleisen suhteellisuusteorian metriikkaa muutettiin Einsteinin alunperin esittämästä metriikasta. Einsteinin metriikka on kaavassa 15,

$$ds^2 = g_{ab} dx^a dx^b \quad [15]$$

mutta Einsteinin metriikan tilalle valittua Friedmann Robertson Walker metriikkaa edustaa kaava 16:

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) g_{ab} dx^a dx^b \quad [16]$$

Tässä tekstissä noudatetaan kaavaa 15 eli Einsteinin alunperin esittämää metriikkaa. Tässä tekstikokoelmassa myöskin kiistetään alkuräjähdyksen olemassaolo. On kuitenkin hyvä havainnollistaa, mikä ero kaavojen 15 ja 16 metriikassa käytännössä on: ne nimittäin kuvaavat täysin erilaisia maailmoja. Kuvassa 8 on kaavan 15 mukainen avaruus ja kuvassa 9 kaavan 16 mukainen avaruus:



Kuva 8: Einsteinin alkuperäisessä metriikassa avaruuden kolme tilaulottuvuutta ja yksi aikaulottuvuus asettuvat sinisen viisiulotteisen pallon neliulotteiselle pinnalle. Kuvassa vihreät pallot esittävät taivaankappaleita ja muuta materiaa pallopinnalla eli avaruudessa. Pallot pyörivät vastapäivään punaisten nuolien osoittamaan suuntaan, koska se suunta on kuvattu ajan kulkusuunnaksi kuvassa.

Kuva 9: Friedmann Robertson Walker metriikassa avaruuden kolme tilaulottuvuutta asettuvat sinisen neliulotteisen pallon kolmiulotteiselle pinnalle. Aikaulottuvuus on pallon säteen suuntainen, ja siksi taivaankappaleita ja muuta materiaa esittävät vihreät pallot etääntyvät toisistaan nuolien osoittamaan suuntaan, pois päin pallon keskipisteessä tapahtuneesta alkuräjähdyksestä. Siten suhteellisuusteoriaa voi käyttää 'perusteena' universumin laajenemisteorialle, mutta kyse on vain metriikan valitsemisesta.

Kuvasta 9 näkee selvästi, että Friedmann Robertson Walker metriikka suorastaan edellyttää laajenevaa avaruutta, jotta ajankulku olisi mahdollista. Sen sijaan kuvan 8 Einsteinin alkuperäinen metriikka ei lähtökohtaisesti edellytä avaruuden laajenemista tai supistumista, mutta niin kuitenkin tapahtuu, ellei asiaa korjata kosmologisella vakiolla Λ . Mutta mitä termi Λ_{gab} oikein edustaa yhtälössä 14? Sen yksikön täytyy olla sama kuin muidenkin yhtälön termien, energiatiheys. Jos Λ on negatiivinen, se pyrkii kutistamaan avaruutta. Positiivisena Λ saa avaruuden laajenemaan. Toisin sanoen negatiivisena kosmologinen vakio pienentää avaruuden gravitaatiokenttää ja positiivisena voimistaa sitä tasaisesti koko aika-avaruudessa. Edelleen on mahdollista, että kosmologinen vakio Λ ei olekaan vakio, vaan muuttuva suure, vaikka Einstein sen vakioksi ajattelikin.

Yhteenvedo

Edellä ollut teksti Einsteinin suhteellisuusteoriasta pyrkii esittämään suhteellisuusteorian sellaisena kuin Einstein on sen tarkoittanutkin, lukuun ottamatta seuraavia tarkennuksia:

- Suhteellisuus ei tarkoita, etteikö avaruudessa olisi absoluuttista sijaintia tai aikaa.
- Lorentz-kontraktio ei ole symmetrinen: vain nopeammin liikkuva objekti A lyhenee absoluuttisesti liikesuunnassa, hitaammin liikkuva lyhenee vähemmän tai peräti paikallaan olevan objektin B absoluuttiset mitat eivät muutu.
- Materiaalla on absoluuttinen lepomassa.
- Friedmann Robertson Walker metriikka tai muu vastaava ei kuulu suhteellisuusteoriaan, vaan metriikan tulee olla Einsteinin alunperin esittämä metriikka.
- CPT-symmetriaa ei ole olemassa.

Avaruus ei ole laajeneva vaan vakaa ja mahdollisesti säädettävissä halutun kokoiseksi kosmologisen muuttujan Λ avulla. Kuka tai ketkä tätä säätöä tekisivät, siitä voi lukea [täältä](#). Nämä tarkennukset ovat välttämättömiä 7-ulotteisen universumimallin mahdollistamiseksi.